

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

Primeiro Teste de Matemática II

Duração: 2 horas

13 de Abril de 2015

Responda às seguintes questões, apresentando todos os cálculos que tiver de efectuar.

I (6.0 val)

De acordo com os dados do Eurostat de 2014, a superfície total (x) e a superfície agrícola (y) dos 28 países da União Europeia (UE) são as indicadas no quadro seguinte (em milhares de quilómetro quadrado).

País	Superfície (10^3 km^2)	
	total (x)	agrícola (y)
França	632.83	278.37
Espanha	505.99	237.53
Reino Unido	248.51	168.82
Alemanha	357.16	167.04
Polónia	312.68	144.47
Roménia	238.39	133.06
Itália	302.07	128.56
Grécia	131.62	51.78
Irlanda	69.8	49.91
Hungria	93.02	46.86
Bulgária	110.9	44.76
Portugal	92.21	36.68
República Checa	78.87	34.84
Suécia	438.58	30.66
Áustria	83.88	28.78
Lituânia	65.3	27.43
Dinamarca	42.92	26.47
Finlândia	338.43	22.91
Eslováquia	49.04	18.96
Holanda	41.54	18.72
Letónia	64.57	17.96
Bélgica	30.53	13.58
Croácia	56.59	13.16
Estónia	45.23	9.41
Eslovénia	20.27	4.83
Luxemburgo	2.59	1.31
Chipre	9.25	1.18
Malta	0.32	0.11

1. Indique, justificando, a natureza das duas variáveis em estudo.
2. Considere os dados referentes à superfície agrícola dos 28 países da UE.
 - a) Calcule uma medida de localização e uma de dispersão para este conjunto de dados.
 - b) Construa o diagrama de extremos e quartis e comente a distribuição dos dados.
3. Pretende-se estabelecer uma relação entre as superfícies territorial (x) e agrícola (y) dos 28 países.
 - a) Poder-se-á considerar a existência de uma relação linear entre estas duas variáveis?
 - b) Independentemente da resposta à alínea anterior, determine a recta de regressão dos mínimos quadrados de y sobre x e indique a sua precisão.
 - c) Interprete, no contexto do problema, o significado do coeficiente de regressão de y sobre x .
 - d) Determine os resíduos associados à Alemanha e à Finlândia. Comente.

$\sum_{i=1}^{28} x_i = 4463.09$	$\sum_{i=1}^{28} x_i^2 = 1484548$
$\sum_{i=1}^{28} y_i = 1758.15$	$\sum_{i=1}^{28} y_i^2 = 262599.2$
$\sum_{i=1}^{28} x_i y_i = 570547.1$	

(V.S.F.F.)

II (4.0 val)

1. Num viveiro de plantas, o sucesso das enxertias realizadas depende da técnica utilizada: gomo ou garfo. O número de enxertias bem sucedidas, por cada cinco efectuadas, pode ser representada pela variável aleatória X , se a enxertia for de gomo, ou por Y , se a enxertia for de garfo. Sejam $F(x)$, a função distribuição cumulativa de X , e p_i , a função massa de probabilidade de Y , definidas como

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ 0.01 & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 0.02 & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ 0.05 & \text{se } 2 \leq x < 3 \\ 0.1 & \text{se } 3 \leq x < 4 \\ 0.3 & \text{se } 4 \leq x < 5 \\ 1.0 & \text{se } x \geq 5 \end{cases} \quad p_i = P[Y = i] = \frac{1}{6}, \quad i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

- a) Num conjunto de cinco enxertias de gomo escolhidas ao acaso, calcule a probabilidade de:
- i) haver pelo menos três bem sucedidas;
 - ii) falharem todas se há já duas que não tiveram sucesso.
- b) Sabe-se que 70% das enxertias realizadas neste viveiro são de garfo. Determine a probabilidade de, em cinco enxertias escolhidas ao acaso, mais de três terem sucesso.

- 2  tempo (em minutos) que um trabalhador leva a executar cada enxertia (qualquer que seja a técnica) é uma variável aleatória contínua X , com a seguinte função distribuição cumulativa

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ \frac{3}{4}x & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ kx - \frac{x^2}{4} & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ k & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

- a) Determine, justificando, a constante k .
- b) Qual a probabilidade de um trabalhador executar uma enxertia:
 - i) em exactamente 1.5 minutos?
 - ii) menos de 0.5 minutos?
 - iii) entre 0.5 e 1.5 minutos?
- c) Determine a função densidade de X .