Condições de equilíbrio de um corpo rígido.

Há duas condições necessárias e suficientes para o equilíbrio do corpo rígido;

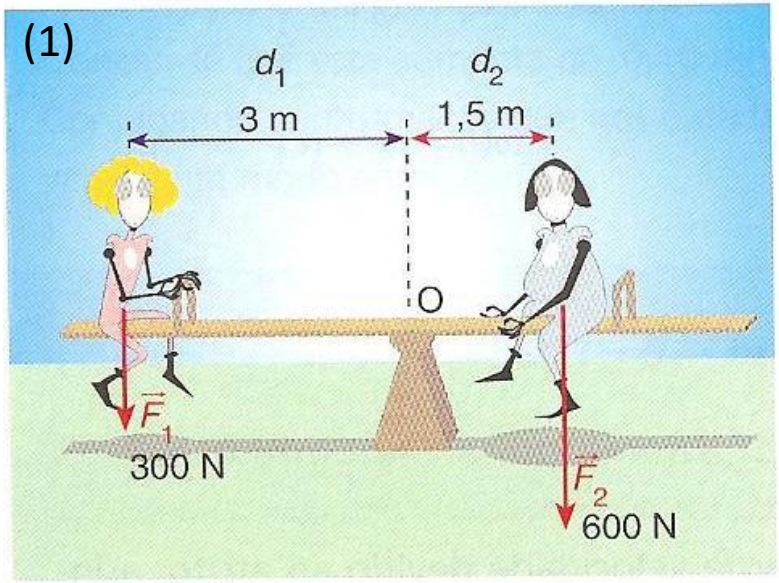
- Anulamento da resultante das forças exteriores (EQUILÍBRIO DE TRANSLAÇÃO)
- Anulamento do momento resultante dos momentos das forças exteriores – EQUILÍBRIO DE ROTAÇÃO.

$$\sum F_i = 0$$

Garante o equilíbrio do centro de massa se inicialmente em repouso

$$\sum \tau_{i,E} = 0$$

Garante o equilíbrio de rotação em torno de um eixo que passa pelo centro de massa

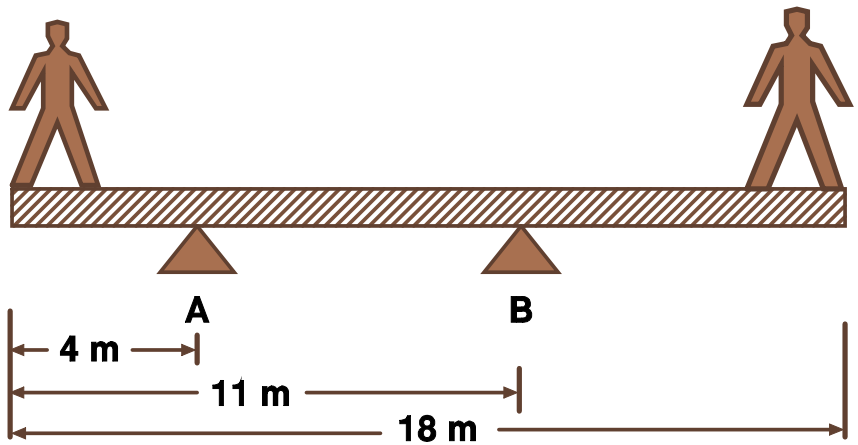


1.228

Se os momentos das forças exercidas pelos dois meninos no baloiço se equilibrarem, o sistema mantém o seu estado de repouso.

Para que o baloiço esteja em equilíbrio é ainda necessário que a resultantes das forças exteriores seja nula, pelo que a reação do apoio em O será igual a 900 N, orientada na vertical, de baixo para cima.
F1= 600 N; F2=300N; R=-900 N

Exemplo: Equilíbrio da barra (corpo rígido)

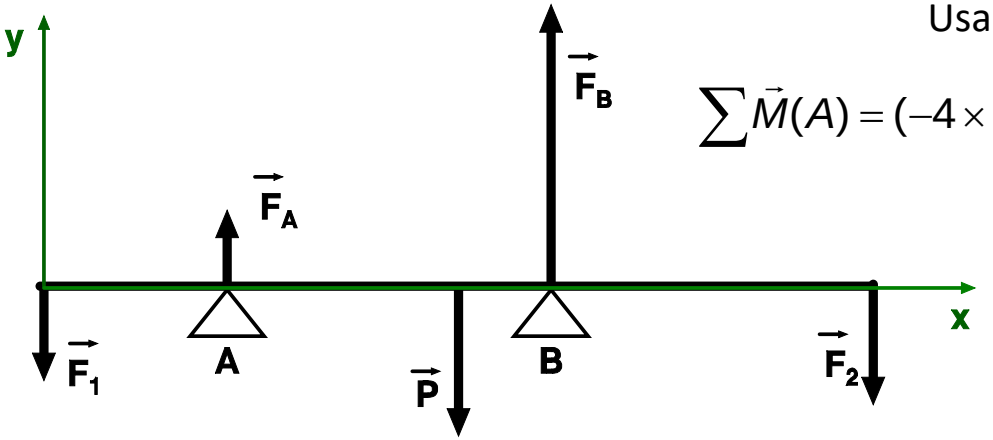


1ª condição: $\sum \vec{F}_i = 0$

$$(F_A + F_B - 400 - 600 - 500)\vec{e}_2 = \vec{0}$$

$$F_A + F_B = 1500 \text{ N}$$

2ª condição: $\sum \vec{M}_{Fi} = 0$



F1 = 400 N P = 600 N F2 = 500 N

Usando o ponto A para centro dos momentos

$$\sum \vec{M}(A) = (-4 \times (-400))\vec{e}_3 + (0 \times F_A)\vec{e}_3 + (5 \times (-600))\vec{e}_3 + \\ + (7 \times F_B)\vec{e}_3 + (14 \times (-500))\vec{e}_3 = 0$$

$$\sum \vec{\mathbf{M}} = (-8400 + 7\mathbf{F_B})\vec{\mathbf{e}}_3 = \vec{\mathbf{0}}$$

$$F_B = 8400/7 = 1200 \text{ N}$$

$$F_A = 1500 - 1200 = 300 \text{ N}$$

Tensão deformação e módulos de elasticidade

O corpo rígido é um modelo ideal . Existem em menor ou maior grau dilatação, compressão ou torsão quando sobre ele se aplicam forças. Nalguns casos estes fenómenos são desprezáveis, noutros têm que ser considerados.

Para cada tipo de deformação introduzem-se duas grandezas

- a T**ensão** , que é uma medida da influência da força na deformação, que se define por:

$$Tensão = \frac{F}{A}$$

- a **Deformação específica**, que descreve a deformação resultante e que se calcula dividindo a deformação pela unidade de elemento deformado (comprimento, área ou volume)

$$\frac{Tensão}{Deformação\ \ específica} = Módulo\ de\ elasticidade$$

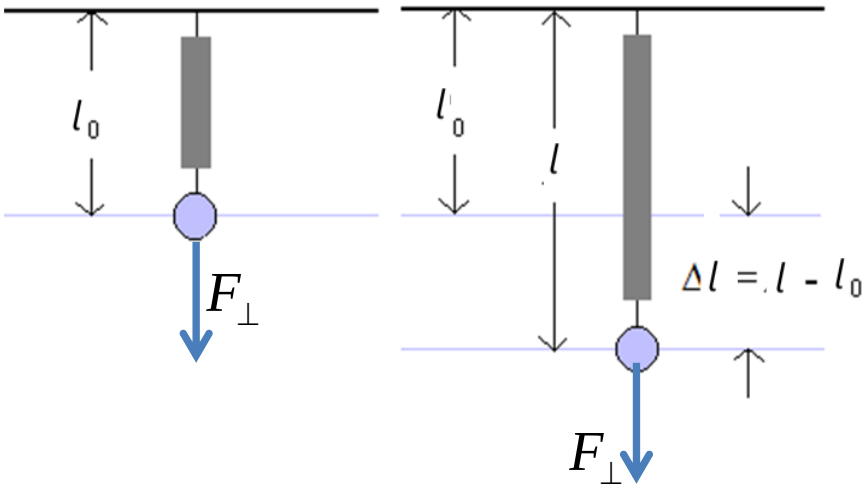
Lei de Hooke

Lei de Hooke para a tração (dilatação) e compressão

a) Tração

$$Tensão\ de\ dilatação\ \ (tração) = \frac{F_\perp}{A}$$

Em que : $F_\perp$ é a força aplicada e *A* é a área da secção transversal.



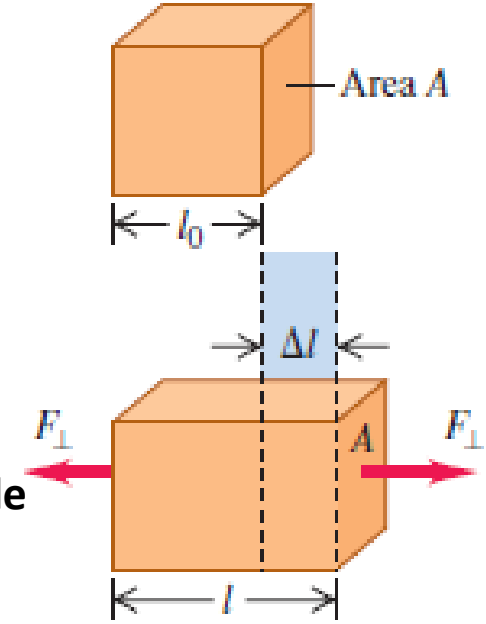
$$Deformação\ \ específica\ \ de\ tração\ = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Em que : Δl é o alongamento e l_0 é o comprimento inicial.

$$Y = \frac{tensão\ de\ tração}{def.\ específica} \Rightarrow \boxed{Y = \frac{F_\perp / A}{\Delta l / l_o}}$$

$$\boxed{\frac{F_\perp}{A} = Y\frac{\Delta l}{l_o}}$$

$Y =$ **Módulo de Young ou módulo de elasticidade**

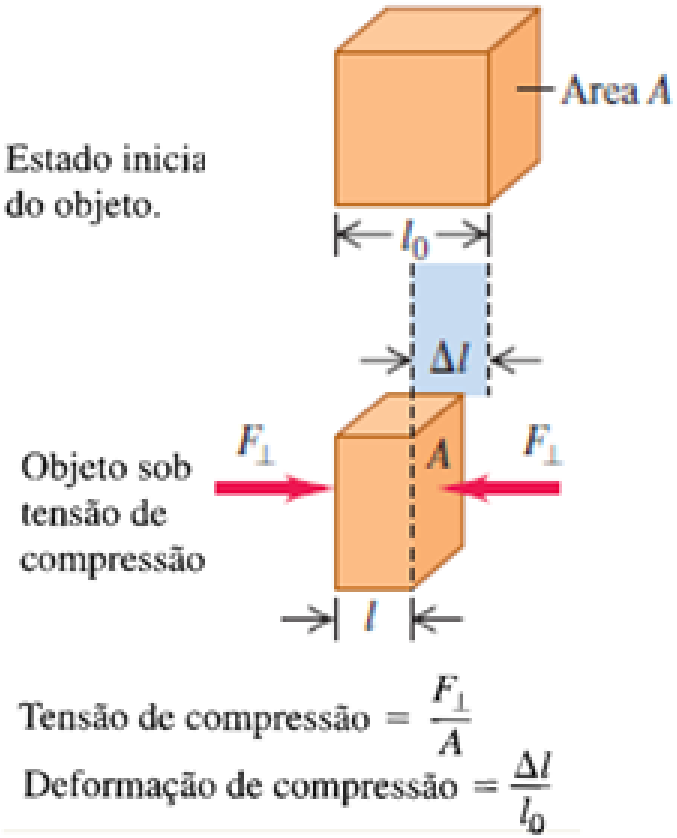


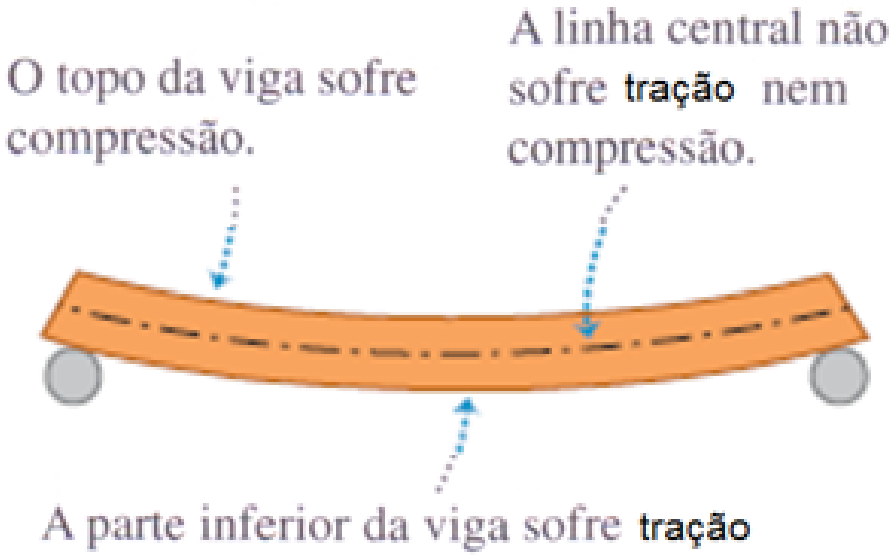
b) Compressão

$$Y = \frac{tensão\ de\ compressão}{def.\ específica} \Rightarrow \boxed{Y = \frac{F_{\perp}/A}{\Delta l / l_o}}$$

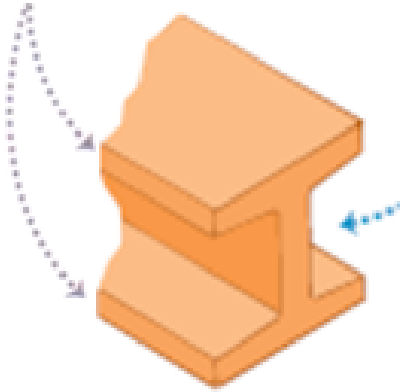
$Y =$ **Módulo de Young ou módulo de elasticidade**

$$\boxed{\frac{F_{\perp}}{A} = Y\frac{\Delta l}{l_o}}$$





O topo e a parte inferior da viga são largos para minimizar as tensões de compressão e de dilatação respetivamente

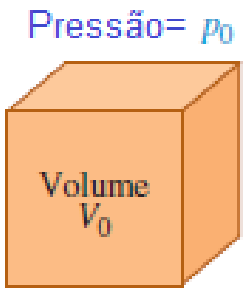


Material	Módulo de Young		Módulo de elasteci-dade transversal (S)		Módulo de elasteci-dade volumétrical (β)	
	$*10^{12}$ din/cm²	$*10^{11}$ N/m²	$*10^{12}$ din/cm²	$*10^{11}$ N/m²	$*10^{12}$ din/cm²	$*10^{11}$ N/m²
Alumínio	0.7	0.7	0.24	0.24	0.7	0.7
Latão	0.91	0.91	0.36	0.36	0.61	0.61
Cobre	1.1	1.1	0.42	0.42	1.4	1.4
Vidro	0.55	0.55	0.23	0.23	0.37	0.37
Ferro	0.91	0.91	0.7	0.7	1	1
Chumbo	0.16	0.16	0.056	0.056	0.077	0.077
Níquel	2.1	2.1	0.77	0.77	2.6	2.6
Aço	2	2	0.84	0.84	1.6	1.6
Tungsténio	3.6	3.6	1.5	1.5	2	2

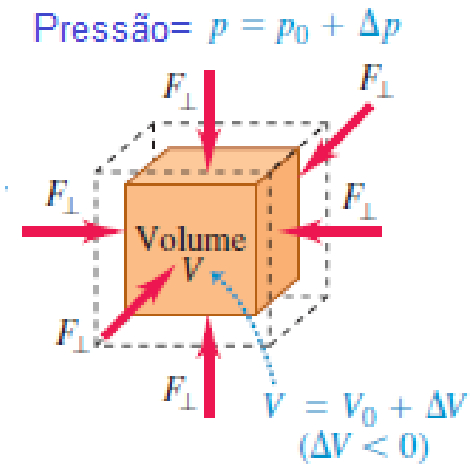
Lei de Hooke para a deformação volumétrica

Quando um objeto está completamente mergulhado num líquido sofre uma pressão aproximadamente igual em toda a sua superfície que o comprime. A **tensão** agora é uma **pressão** uniforme em todas as direções e a deformação é uma variação no volume. Utilizam-se agora os termos **deformação volumétrica específica** e **tensão volumétrica** ou **pressão**

$$\mathrm{B} = \frac{pressão}{deformação\ \ específica} \Rightarrow \boxed{\mathrm{B} = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V_o}}$$



$$\boxed{\Delta p = B\left(-\frac{\Delta V}{V}\right)}$$



B **é o módulo de compressibilidade**, Δp é a variação da pressão; ΔV é a variação no volume e V_o é o volume inicial

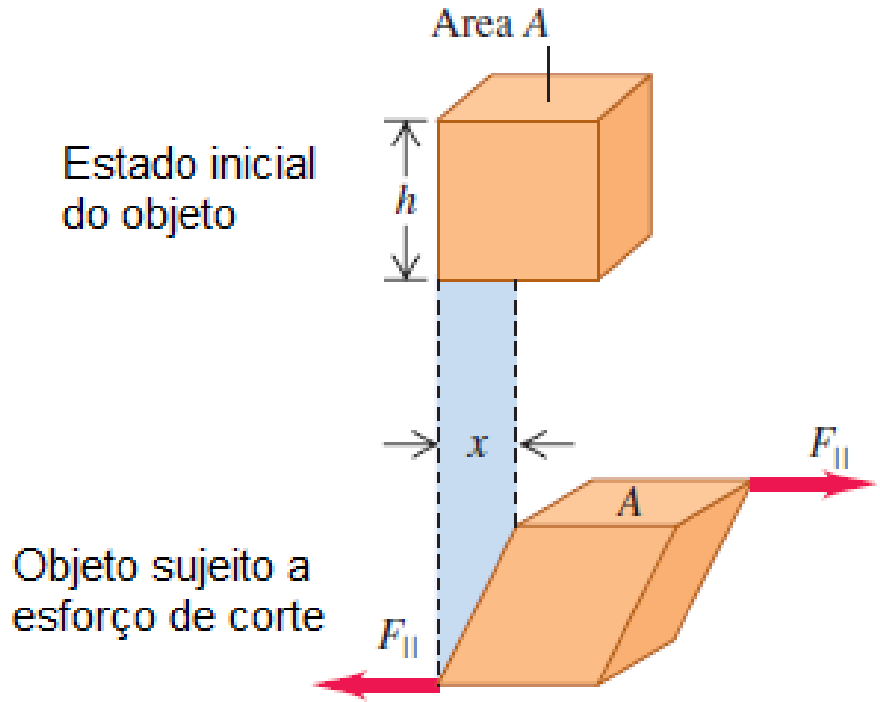
$$\boxed{k = \frac{1}{B} = -\frac{\Delta V / V_o}{\Delta p}}$$

Em que *k* é **a compressibilidade**

Lei de Hooke para a deformação de corte

A figura mostra um corpo sujeito a tensões de corte. Duas forças com o mesmo módulo, com a mesma direção e com sentidos contrários, atuam tangencialmente a duas superfícies paralelas do objeto.

$$Tensão\ de\ corte = \frac{F_{\parallel}}{A}$$



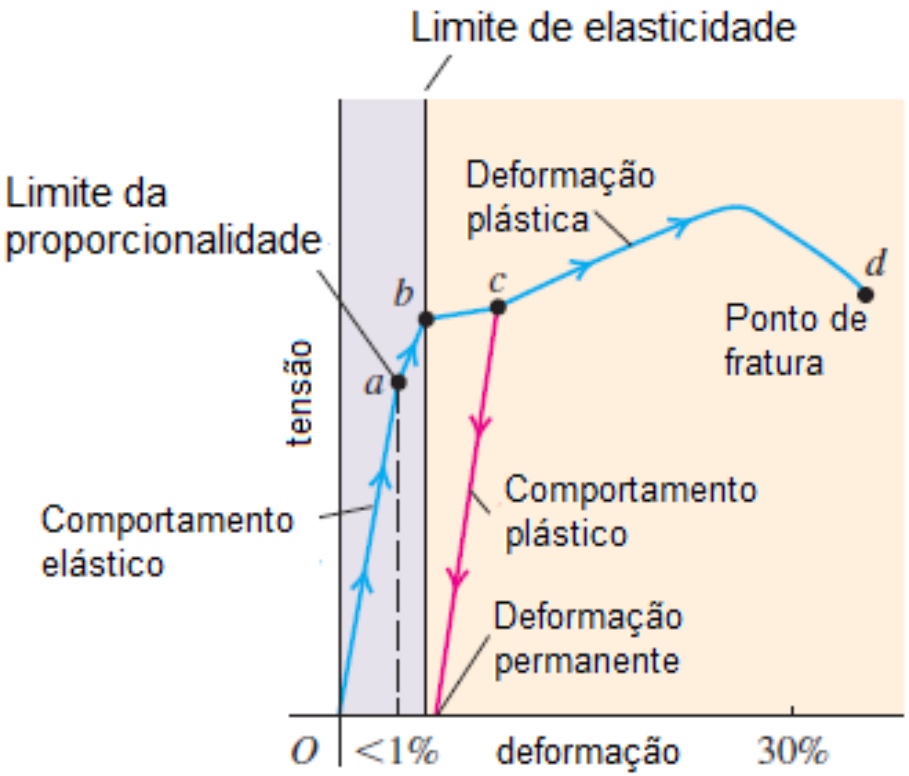
Uma face do objeto é deslocada de uma distância *x* em relação à outra face. Sendo h a distância entre as duas faces paralelas onde atuam as forças, tem-se:

$$Deformação\ \ específica\ \ de\ corte = \frac{x}{h}$$

$$S = \frac{tensão\ de\ corte}{deformação\ específica} \Rightarrow \boxed{S = \frac{F_{\parallel}/A}{x/h}}$$

Elasticidade e plasticidade

Uma deformação é elástica quando desaparece com a retirada das forças que a originaram, enquanto que uma deformação plástica é uma que persiste mesmo após a retirada das forças que a originaram.

Para alguns materiais como aqueles cujas propriedades estão descritas na figura, uma grande deformação plástica pode ocorrer entre o limite de elasticidade e o ponto de fratura. Este tipo de materiais chama-se ***dúctil*.**

Quando a fratura ocorre imediatamente depois do limite de elasticidade, o material chama-se ***quebradiço***.