**INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA**

**UC Física I (2018-2019) – FICHA DE TRABALHO PRÁTICO Nº 5**

**Máquina de Atwood**

## OBJECTIVO

Analisar a 2ª lei de Newton, aplicada a um sistema de 2 massas ligadas por um fio que passa sobre uma roldana.

## EQUIPAMENTO

- Máquina de Atwood (Fig. 5.1), com uma roldana (Fig. 5.1a) com 482 g de massa.
- Dois cilindros com 100 g cada, ligados por um fio.
- Massas móveis de 5 g (uma), 2 g (duas) e 1 g (uma).
- Clipes de metal.
- Fita métrica.
- Cronómetro.

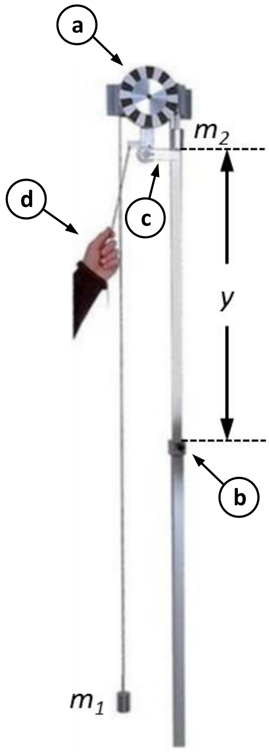


**Figura 5.1** Máquina de Atwood, com **(a)** uma roldana, **(b)** uma base de recepção da massa $m_2$, e **(c)** uma plataforma de queda que é solta pelo **(d)** fio

## PROCEDIMENTO

**1.** Fixe a base de recepção da massa descendente (Fig. 5.1b) a uma distância $y$ da plataforma de queda (Fig. 5.1c), medida com a fita métrica. Registe $y$.

**2.** A queda da massa $m_2$ é desencadeada quando se puxa o fio (Fig. 5.1d) que solta a plataforma de queda. Quem puxa o fio deve também accionar o cronómetro.

**3.** Como apresentado nas bases teóricas em anexo, a roldana contribui para a inércia do sistema como se uma "massa equivalente" $m_{eq}$ fizesse parte da massa total acelerada. O valor teórico dessa massa, $m_{eqt}$, é dado por $m_{eqt} = m_r/2$ (Eq. 5.8 do anexo), em que $m_r$ é a massa da roldana.

**4.** Começar com os cilindros com $m_1 = m_2 = 105$ g de massa. Com $m_1 = m_2$ o sistema está em equilíbrio (força resultante nula). Na ausência de atrito, uma pequena pancada descendente em $m_2$ devia colocar o sistema em movimento uniforme. Tal não acontece devido ao atrito.

**5.** Transferir pequenas massas de $m_1$ para $m_2$ , aumentando lentamente ($m_2$ - $m_1$) até que $m_2$ desça com movimento uniforme, usando, eventualmente, os clipes de metal para ajustamento fino. O movimento não deve ser demasiado lento, sendo útil avaliar se é uniforme observando a roldana. Registar $m_1$ e $m_2$ na 1ª coluna dos ensaios, marcada com um asterisco. Estas massas serão usadas para calcular a massa de atrito $m_{ft} = m_2 - m_1$ que, embora medida, se designou de teórica (índice $t$), para distinguir da obtida de forma mais indirecta, à frente. Nos ensaios de queda seguintes ($m_2 - m_1$) terá de ser superior a $m_{ft}$.

**6.** Começar com ambos os cilindros com massas $m_1$ = 100 g e $m_2$ = 110 g (100 g do cilindro + 5 + 2 + 2 + 1 g das massas móveis). Fazer 3 medições independentes do tempo de queda de $m_2$, partindo do repouso até parar. Registar os valores obtidos no Quadro 5.1, coluna do 1º ensaio.

**7.** Repetir o processo de medição,

**a)** transferindo 1 g de $m_2$ para $m_1$, para o 2º ensaio,

**b)** repondo 1 g de m1 para m2 e transferindo mais 2 g de $m_2$ para $m_1$, para o 3º ensaio,

**c)** transferindo mais 1 g de $m_2$ para $m_1$, para o 4º ensaio.

## RELATÓRIO

**1.** Efectuar os cálculos indicados no Quadro 5.1, obtendo as acelerações medidas nos ensaios, $a_m$, a massa equivalente teórica, $m_{eqt}$, a massa de atrito teórica, $m_{ft}$, a massa total do sistema, a resultante das forças que sobre ele actuam e, finalmente, as acelerações teóricas do sistema, $a_t$, a comparar, percentualmente, com as acelerações medidas, $a_m$.

**2.** Fazer um gráfico em que as abscissas são os valores de ($m_2 - m_1$) usados nos ensaios e as ordenadas os correspondentes valores medidos das acelerações, $a_m$.

**2.1** Ajustar uma recta de regressão aos pontos obtidos, usando a folha de cálculo *excel*, registando os valores obtidos para o declive, *d*, e para a ordenada na origem, *b*.

**2.2** Obter a estimativa da massa equivalente da roldana através de (Eq. 5.10 do anexo):

$$m_{eqm} = \frac{g}{d} - (m_2 + m_1)$$

**2.3** Obter a estimativa da força de atrito da roldana através de (Eq. 5.11 do anexo):

$$f_m = -b(m_1 + m_2 + m_{eqm})$$

**2.4** Obter a estimativa da aceleração da gravidade através de (Eq. 5.13 do anexo):

$$g_m = d(m_1 + m_2 + m_{eqt})$$

**3.** Comparar percentualmente e de forma relativa os valores obtidos em 2 com os apresentados no Quadro 5.1.

**Quadro 5.1** Relatório parcial para a máquina de Atwood

*Objectivo*: Investigar $a = F_R/m$, mantendo *m* constante.

| $m_{eqt}$ ______________________ (    ) | | * | Ensaio | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 1º | 2º | 3º | 4º |
| Massa descendente<br>$m_2$ (    ) | | | | | | |
| Massa ascendente<br>$m_1$ (    ) | | | | | | |
| Altura percorrida<br>*y* (    ) | | | | | | |
| Tempo de queda<br>*t* (    ) | 1ª medição | | | | | |
| | 2ª medição | | | | | |
| | 3ª medição | | | | | |
| | Média | | | | | |
| Aceleração medida<br>$a_m = 2y/t^2$ (        ) | | | | | | |
| Massa total<br>$m = m_1 + m_2 + m_{eqt}$ (    ) | | | | | | |
| Massa de atrito<br>$m_{ft} = m_2 - m_1$ (    ) | | | | | | |
| Força resultante<br>$F_R = \left(m_2 - m_1 - m_{ft}\right)g$ (    ) | | | | | | |
| Aceleração teórica<br>$a_t = F_R/m$ (        ) | | | | | | |
| Diferença percentual relativa entre $a_m$ e $a_t$ | | | | | | |

* Medição da massa de atrito $m_{ft}$.

**Nota: No final da experiência deverá entregar ao docente a página seguinte, devidamente preenchida.**

**INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA**

**UC Física I (2018-2019) – FICHA DE TRABALHO PRÁTICO Nº 5**

**Máquina de Atwood**

**Nota: Entregar esta folha no final da aula.**

Turma: Data:

Grupo:

| Nome | Número | Rubrica |
|---|---|---|
| 1: ........................................................................... | | ................................................................ |
| 2: ........................................................................... | | ................................................................ |
| 3: ........................................................................... | | ................................................................ |
| 4: ........................................................................... | | ................................................................ |
| 5: ........................................................................... | | ................................................................ |

Para medição da massa de atrito:

| | |
|---|---|
| Massa descendente $m_2$ ( ) | |
| Massa ascendente $m_1$ ( ) | |

Ensaios:

| | | 1º | 2º | 3º | 4º |
|---|---|---|---|---|---|
| Massa descendente $m_2$ ( ) | | | | | |
| Massa ascendente $m_1$ ( ) | | | | | |
| Altura percorrida $y$ ( ) | | | | | |
| Tempo de queda $t$ ( ) | 1ª medição | | | | |
| | 2ª medição | | | | |
| | 3ª medição | | | | |

**ANEXO - BASES TEORICAS**

**Geral**

A máquina de Atwood[1] é um aparelho simples que consiste em duas massas diferentes ligadas por um fio que passa sobre uma roldana, como representado na Fig. (5.2).

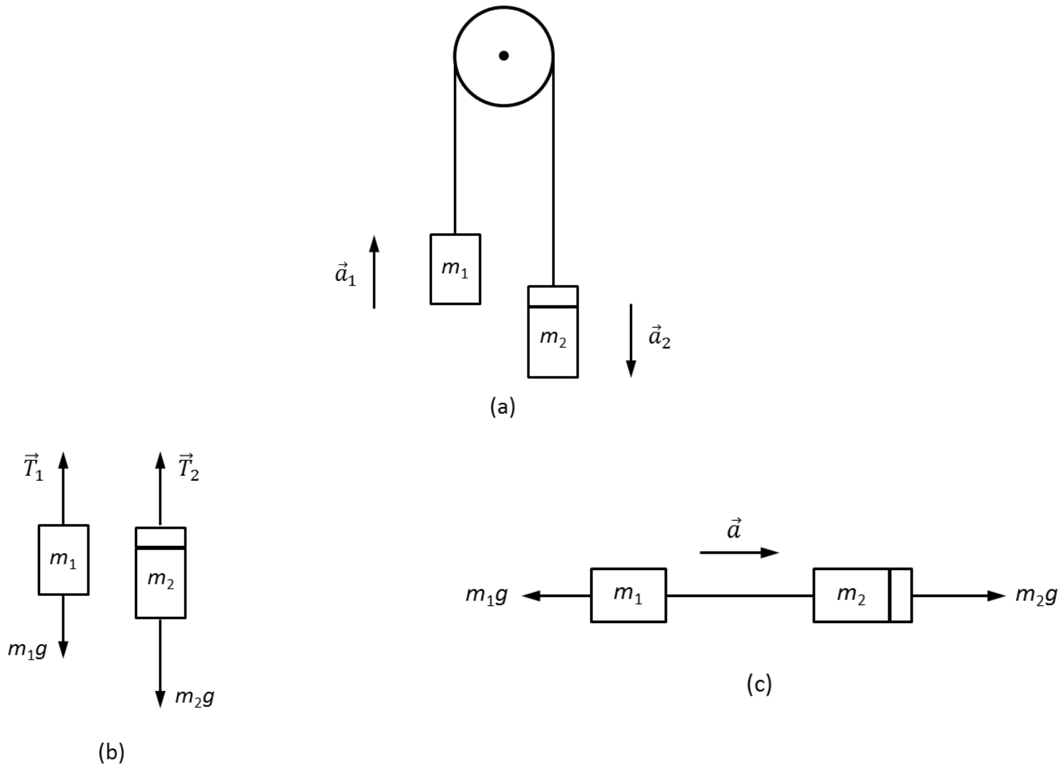


**Figura 5.2** Esquema de máquina de Atwood ideal. **(a)** Dois objectos $(m_2 > m_1)$ ligados por um fio inelástico, sem peso, sobre uma roldana sem atrito e com massa desprezável. **(b)** Diagrama de forças para ambos objectos. **(c)** Representação com um diagrama horizontal, já que a roldana apenas muda a direcção das forças em presença.

Esta máquina será utilizada para analisar a segunda lei de Newton, que estabelece que a aceleração, $\vec{a}$, de um objecto ou de um sistema é directamente proporcional à resultante das forças que actuam sobre o objecto, $\vec{F}_R = \sum_i \vec{F}_i$, e inversamente proporcional à massa total do sistema, $m$. Isto é: $\vec{a} = \vec{F}_R / m$ ou, mais vulgarmente: $\vec{F}_R = m\vec{a}$.

As acelerações têm a mesma intensidade, $a_1 = a_2 = a$, e, nesta máquina ideal, em que o fio e a roldana têm massa desprezável e a roldana roda sem atrito, as trações têm a mesma intensidade, $T_1 = T_2 = T$.

Considerando que a maior massa ($m_2$) se move no sentido positivo a força resultante é:

$$F_R = m_2 g - m_1 g = (m_2 - m_1) g. \tag{5.1}$$

[1] Assim designada por ter sido inventada pelo cientista britânico George Atwood (1745-1807) para estudar o movimento uniformemente acelerado e medir a aceleração gravítica $g$.

Pela segunda lei de Newton:

$$F_R = ma = (m_2 + m_1)a \tag{5.2}$$

em que $m = m_1 + m_2$ é a massa total do sistema em movimento. Igualando as Eqs. (5.1) e (5.2) e rearranjando os termos obtém-se:

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{(m_2 - m_1)g}{(m_1 + m_2)} \tag{5.3}$$

Na realidade, na máquina de Atwood utilizada (Fig. 5.1), a massa da roldana não é desprezável, pelo que tem uma inércia não negligenciável, e a força de atrito *f* que se opõe à sua rotação é significativa. Uma maneira simples de considerar a inércia da roldana é dar-lhe a forma de uma massa equivalente, $m_{eq}$, que se adiciona (não fisicamente) à massa total do sistema. Assim, para maior precisão dos ensaios, a equação para a aceleração do sistema passa a ter a forma:

$$\underbrace{(m_2 - m_1)g - f}_{F_R} = \underbrace{\left(m_1 + m_2 + m_{eq}\right)}_{m} a$$

ou seja:

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g - f}{m_1 + m_2 + m_{eq}} \tag{5.4}$$

Se as massas se moverem com uma velocidade constante a aceleração do sistema é nula, pelo que, nesse caso, a Eq. (5.4) conduz a, quando resolvida em ordem a *f*:

$$f = (m_2 - m_1)g = m_f g, \tag{5.5}$$

o que fornece um método para determinar a magnitude da força de atrito na roldana, ou a massa $m_f$ necessária para equilibrar a força de atrito.

A aceleração teórica do sistema (Eq. 5.4) pode assim escrever-se como:

$$a_t = \frac{\left(m_2 - m_1 - m_f\right)g}{m_1 + m_2 + m_{eq}} \tag{5.6}$$

A estimativa da aceleração do sistema efectua-se medindo o tempo *t* necessário para que a massa $m_2$ percorra, ao cair, uma distância *y* previamente estabelecida. Da cinemática, a equação para o movimento rectilíneo uniformemente acelerado é $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$, pelo que, como a massa parte do repouso ($v_{0y} = 0$) e $y_0 = 0$ para $t = 0$:

$$y = \frac{1}{2}at^2$$

ou seja:

$$a_m = \frac{2y}{t^2} \tag{5.7}$$

em que se utilizou o índice *m* para designar a aceleração medida. Finalmente, a massa equivalente associada à inércia da roldana é dada genericamente por $m_{eq} = \frac{I}{R^2}$, em que *I* é o momento de inércia da roldana e *R* o seu raio. Neste caso, o momento de inércia da roldana (cilindro) é dado por $I = \frac{1}{2}m_r R^2$, em que $m_r$ é a massa da roldana. Assim, a massa equivalente teórica pode ser calculada com:

$$m_{eqt} = \frac{1}{2}m_r \tag{5.8}$$

**Métodos de análise**

Podem aplicar-se diversos tipos de métodos e ensaios com a máquina de Atwood. Tipicamente, podem considerar-se ensaios em que:

- Se mantém constante a massa total do sistema e se faz variar a resultante da força que actua sobre este.
- Se mantém constante a força resultante que actua sobre o sistema, fazendo variar a massa total deste.

Estes ensaios podem depois ser interpretados através da aplicação das equações apresentadas acima, ou através da consideração explícita dos momentos das forças de tração aplicadas sobre a roldana e da força de atrito em relação ao eixo de rotação da roldana, cuja soma iguala o produto do momento de inércia da roldana pela sua aceleração angular.

Neste trabalho apenas se consideram ensaios em que se mantém constante a massa total do sistema, sendo a sua interpretação feita apenas com as equações acima apresentadas.

**Análise dos dados**

O Quadro 5.1 está preparado para a obtenção das acelerações medidas nos ensaios, $a_m$, da massa equivalente teórica, $m_{eqt}$, da massa de atrito teórica, $m_{ft}$, da massa total do sistema e da resultante das forças que sobre ele actuam. Estas últimas variáveis permitem aplicar numericamente a Eq. (5.6) e estimar as acelerações teóricas do sistema, $a_t$.

Com os valores medidos, é também possível estimar, para o conjunto dos ensaios, a massa equivalente do sistema, $m_{eqm}$, a massa de atrito, $m_{fm}$, e a aceleração da gravidade, $g_m$, os quais se devem comparar com os valores teóricos obtidos anteriormente. Para o efeito, pode dar-se à Eq. (5.4) a forma:

$$\underbrace{a_m}_{y} = \underbrace{\frac{g}{(m_1 + m_2 + m_{eqm})}}_{d}\underbrace{(m_2 - m_1)}_{x} + \underbrace{\frac{-f_m}{(m_1 + m_2 + m_{eqm})}}_{b} \tag{5.9}$$

em que $f_m = m_{fm}g$. Como se pode observar, esta é a equação de uma recta $y = dx + b$, em que as abscissas são os valores usados de $(m_2 - m_1)$ e as ordenadas os valores medidos das acelerações $a_m$.

Assim, deve construir-se o gráfico com aquela relação e ajustar uma recta aos pontos obtidos. A partir do valor obtido para o declive, *d*, pode estimar-se $m_{eqm}$:

$$m_{eqm} = \frac{g}{d} - (m_2 + m_1) \tag{5.10}$$

Substituindo o valor obtido para $m_{eqm}$ na expressão para a ordenada na origem, $b$ (Eq. 5.8), e resolvendo em ordem à força de atrito, obtém-se:

$$f_m = -b\left(m_1 + m_2 + m_{eqm}\right) \tag{5.11}$$

Finalmente, se olharmos para a expressão para o declive $d$ (Eq. 5.8) e substituirmos $m_{eq}$ pelo seu valor teórico $m_{eqt}$ podemos estimar a aceleração da gravidade:

$$g_m = d\left(m_1 + m_2 + m_{eqt}\right) \tag{5.12}$$