

Responda às seguintes questões, apresentando todos os cálculos que tiver de efectuar.

1. (2.5 val) Um viveiro tem capacidade para armazenar 1.5 t de terra. No início de cada mês é reposto a *stock* até à capacidade máxima de armazenamento. A venda mensal de terra, em t, pode ser representada por uma v.a. X com função de densidade

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{se } 1 < x \leq 1.5 \\ 0 & \text{outros valores} \end{cases}$$

- a) Se a dada altura de um mês já foram vendidas pelo menos 0.5 t de terra, qual a probabilidade de se vender mais de 1 t até ao final desse mês?
- b) Calcule o valor médio da venda mensal de terra.
- c) O lucro, Y , da venda de terra é dado pela $Y = 50X + 25$. Qual o valor esperado do lucro mensal?
2. (3.0 val) Seleccionou-se um grande número de casais residentes numa cidade para averiguar a utilização dos espaços verdes para a prática desportiva. As respostas dadas conduziram à seguinte tabela de probabilidades conjuntas do par (X, Y) , que representa o número de vezes semanal que a mulher (X) e o homem (Y) do casal utilizam os espaços verdes para correr.

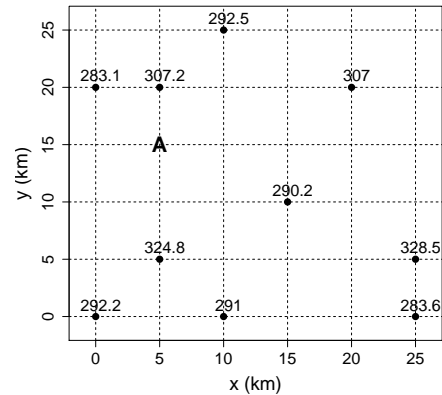
$X \ Y$	0	1	≥ 2
0	0.15	0.1	0.15
1	0.1	0.2	0.1
2	0.05	0.1	0.05

- a) Determine a distribuição de probabilidade marginal de X .
- b) Num casal escolhido ao acaso, qual a probabilidade de, semanalmente,
- pelo menos um dos membros do casal utilizar uma única vez os espaços verdes para correr?
 - o homem utilizar os espaços verdes para correr duas ou mais vezes sabendo que a mulher não utiliza?
- c) Mostre que X e Y não são variáveis aleatórias independentes.
- d) Admita que a v.a. Y segue uma distribuição de Poisson de valor médio 1.2. Escolhido um casal ao acaso, determine a probabilidade do homem utilizar os espaços verdes para correr:
- menos de 3 vezes, numa semana;
 - exatamente 4 vezes, em 2 semanas.
3. (3.0 val) Sabe-se que a concentração diária de um poluente (em $\mu g m^{-3}$) num dado local segue uma distribuição normal com valor médio 300 e desvio padrão 15. Admita que as concentrações em dias distintos são independentes.
- a) Calcule a probabilidade da concentração diária do poluente (em $\mu g m^{-3}$)
- ser superior a 290;
 - estar entre 290 e 320;
 - ser igual a 320.
- b) De acordo com as normas ambientais em vigor, a concentração diária deste poluente não deve exceder $320 \mu g m^{-3}$. Numa semana (7 dias) e neste local, qual a probabilidade de
- a concentração diária média deste poluente exceder as normas ambientais?
 - serem cumpridas as normas ambientais em pelo menos 6 dias?

(V.S.F.F.)

4. (1.5 val) Para averiguar o nível de poluição de uma cidade, foi medida a concentração de um poluente em 10 locais distintos. As coordenadas dos pontos amostrados (x e y , em km) e os valores de concentração diária observada em cada um deles ($conc$, em $\mu g m^{-3}$) foram introduzidas na aplicação R. Apresentam-se os resultados de alguns comandos e uma figura com a localização dos pontos amostrados e os respectivos valores observados:

```
> x
[1] 20 25 10 25 5 0 0 15 10 5
> y
[1] 20 0 25 5 20 0 20 10 0 5
> conc
[1] 307.0 283.6 292.5 328.5 307.2 ...
> mean(conc)
[1] 300.01
> var(conc)
[1] 264.0921
```



- a) Com base nos valores medidos, indique estimativas para a média e para o desvio padrão da concentração diária deste poluente nesta cidade.
- b) Tendo em conta a localização espacial da amostra recolhida, calcule uma estimativa da concentração diária deste poluente no ponto A (de coordenadas $x = 5 km$, $y = 15 km$) utilizando os seguintes métodos determinísticos de efeitos locais:
 - i) interpolação pelo vizinho mais próximo;
 - ii) interpolação pelo inverso das distâncias, numa vizinhança de raio $10 km$.